

Теория любит СГС, поэтому почти везде используется СГС.

## 1 Электростатика

1. Закон Кулона:  $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ . В СГС  $k = 1$ , в СИ  $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ .
2.  $\epsilon_0$  — электромагнитная постоянная,  $\epsilon_0 \approx 8.8541 \cdot 10^{-12}$  (Фарады на метр).
3. Поле от заряда:  $|E| = \frac{q}{r^2}$ .
4. Поток поля  $\Phi$ : интеграл по площади скалярного произведения поля на нормаль к поверхности.
5. Теорема Гаусса: если поверхность ограничивает суммарный заряд  $q$ , то поток через поверхность равен  $4\pi q$  (СГС) или  $\frac{q}{\epsilon_0}$  (СИ).
6. Для тонкой нитки электрическое поле на расстоянии  $R$  равно  $E = \frac{2\lambda}{r}$  (СГС)
7. Для плоскости:  $E = 2\pi\sigma$  ( $\sigma$  — поверхностная плотность заряда) в СГС.
8. Внутри проводника зарядов нет, они на поверхности.
9. Потенциалы:  $\phi_B - \phi_A = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$ .
10.  $\vec{E} = -\text{grad } \phi$  (потенциал уменьшается в сторону силовых линий).
11. Потенциальная энергия системы двух зарядов: сколько надо, чтобы притащить их с бесконечности друг к другу, равна  $\frac{q_1 q_2}{r}$ .
12. Потенциал проводника:  $\phi = \phi_\infty - \phi_X = -\phi_X$ , где  $X$  — точка на поверхности
13. Ёмкость проводника:  $C = \frac{Q}{\phi}$ ,  $Q$  — заряд,  $\phi$  — потенциал, меряется в Фарадах.
14. Ёмкость сферы:  $R$
15. Ёмкость системы двух проводников по определению (заряды на них  $\pm Q$ , разность потенциалов  $U$ ):  $C = \frac{Q}{U}$ .
16. Поле внутри плоского конденсатора:  $4\pi\sigma$
17. Ёмкость плоского конденсатора:  $C = \frac{S}{4\pi d}$ , где  $d$  — расстояние, сильно меньше площади
18. Параллельно подключили конденсаторы — ёмкость сложилась
19. Потенциальная энергия конденсатора: изначально не заряжен, по одному перетаскиваем заряды с одной обкладки на другую, сопротивляемся возрастающему полю. Получаем  $W = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}$ .
20. Если замкнуть два конденсатора «плюс с минусом», то заряд перераспределится, потенциальная энергия упадёт (уйдёт на нагрев провода)
21. Энергию конденсатор хранит в поле, говорим, что по определению плотность энергии поля есть  $\mathcal{W} = \frac{E^2}{8\pi}$  (на единицу объёма).
22. Диэлектрик поляризуется в поле (заряды внутри распахиваются по его сторонам), внутри возникает электрическое поле, которое немного компенсирует внешнее.
23.  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость, безразмерная.

$$E = \frac{E}{\epsilon}$$

Для фарфора — 6, для стекла — 10, для дерева — 4, для керосина — 2.

24. Добавили диэлектрик в плоский конденсатор, ёмкость увеличилась в  $\epsilon$  раз.

## 2 Электродинамика и магнетизм

1. Ток  $I$  — это поток  $\vec{j}$  через поверхность, где  $\vec{j}$  — это, условно, скорость и направление движения тока
2. Сколько тока  $I$  через поверхность утекло, на столько заряд внутри и уменьшился. Например, если течёт вдоль поверхности, то никуда ничего не исчезает.
3. Теорема Стокса (штука под вторым интегралом называется дивергенция):

$$\oint_S \vec{j} \cdot \vec{n} \cdot dS = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{j} \cdot dV$$

Поток через поверхность равен дивергенции по ограниченному поверхностью объёму.

4. Сила Лоренца от магнитного поля:  $F = q(\vec{v} \times \vec{B})$  (и в СИ, и в СГС).
5. Заряд  $q$ , движущийся со скоростью  $\vec{v}$  создаёт вокруг себя магнитное поле (считаем, что заряд в центре координат):

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{1}{c} \cdot q \cdot \frac{\vec{v} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3}$$

Это в СГС, в СИ надо заменить коэффициент на  $\frac{\mu_0}{4\pi}$ .

6. Закон Ампера: взяли контур, циркуляция по нему пропорциональна потоку тока через поверхность (СГС):

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{4\pi}{c} I$$

7. Выводить так: посчитали магнитное поле для точки, лежащей на серединном перпендикуляре провода, сделали провод бесконечно длинный, взяли окружность вокруг провода
8. В центре бесконечного соленоида (цилиндр такой с намотанным проводом):  $B = \frac{4\pi}{c} nI$ , где  $n$  — плотность витков на длину
9. Векторный потенциал:  $\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{c} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dV$ , причём  $\vec{B}(\vec{r}) = \vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{r}) = \text{rot } \vec{A}(\vec{r})$ . Не пользовались.

## 3 Максвелл

1. Теорема Стокса, если есть поле  $\vec{\Omega}$ :

$$\int \vec{\Omega} \cdot d\vec{S} = \int \vec{\nabla} \cdot \vec{\Omega} dV$$

Поток через поверхность равен дивергенции по объёму

2. Тогда можно перевести Гаусса по этой теореме (не забыть заменить заряд на интеграл по плотности):  $4\pi\rho = \vec{\nabla} \cdot \vec{\Omega}$ , тут  $\Omega$  — какое-то поле, которое вылезло из плотности, кажется.
3. Другая Стокса: циркуляция поля равна потоку ротора через поверхность
4. Отсюда выводится, что  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \text{rot } \vec{E} = 0$
5. Магнитное поле зависит от системы отсчёта, увы.
6. Взяли заряд с постоянной скоростью, поместили в центр системы отсчёта, взяли пробный заряд, приравняли действующие в двух системах отсчёта силы. Потом еще применили  $a \times (b \times c) = b(ac) - c(ab)$ . Получили

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Это еще одно уравнение, закон Фарадея.

7. Ток смещения: умножили набла на простой закон Ампера (набла слева), получили, что плотность тока не меняется, неудобно. Поправили:

$$\text{rot } \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Второе слагаемое — и есть ток смещения.

8. Магнитное поле внутри конденсатора с изменяющимся зарядом есть, так как электрическое поле меняется, оно закручивается вокруг «точки втыкания» проводов в пластины.

## 4 Катушки

1. Взяли две катушки, в одной пустили ток, возникло магнитное поле, во второй возникла ЭДС:

$$\mathcal{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \Phi_2(t)}{\partial t}$$

Переписали, заменили производную на производную тока в первой по времени, оставшийся коэффициент — коэффициент взаимной индукции.

2. Самоиндукция: сама на себя подействовала,  $L$  — коэффициент (измеряется в Генри, Гн)

$$\mathcal{E} = -L \frac{\partial I(t)}{\partial t}$$

3. Можно провести аналогию с механикой: сила — ЭДС, скорость — ток, энергия катушки —  $\frac{LI^2}{2}$ , энергия кинетическая —  $\frac{mv^2}{2}$ .

4. Конденсатор с катушкой будут колебаться:

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$I(t) = -CU_0\omega \sin(\omega t)$$

5. Если заряжать конденсатор переменным током, то внутри у поля будет какое-то безумие с функцией Бесселя, в зависимости от расстояния до центра конденсатора:

$$E(r) = E_0 \sin(\omega t) J_0(\omega r)$$

$$J_0(x) = 1 - \frac{1}{(1!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \frac{1}{(2!)^2} \left(\frac{x}{2}\right)^4 - \dots$$